Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer algebraischen Ontik

1. Wir gehen aus von der von Bense skizzierten Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80), in welcher zwischen iconisch fungierenden Systemen (2.1), indexikalisch fungierenden Abbildungen (2.2) und symbolisch fungierenden Repertoires (2.3) unterschieden wird und definieren die zugehörige raumsemiotische Relation

$O = [(2.1), (2.2), (2.3)]$

mit den bekannten zugehörigen Abbildungen (Morphismen)

$o = (\alpha, \beta)$

und den zugehörigen Definitionen (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.)

$\alpha := \quad (2.1) \rightarrow (2.2)$

$\beta := \quad (2.2) \rightarrow (2.3)$

Für komponierte Morphismen gilt somit

$\beta\alpha = \quad (2.1) \rightarrow (2.3)$

$\alpha°\beta° = \quad (2.3) \rightarrow (2.1).$

Wir erhalten damit eine raumsemiotische Algebra der Form

$\underline{O^*} = (O, o).$

2. Wie man sieht, ist die bensesche Raumsemiotik auf den Objektbezug des Zeichens restringiert. Dennoch fungieren natürlich Systeme, Abbildungen und Repertoires im Rahmen der in Toth (2015a) definierten allgemeinen Systemrelation

$S^* = [S, U, E]$

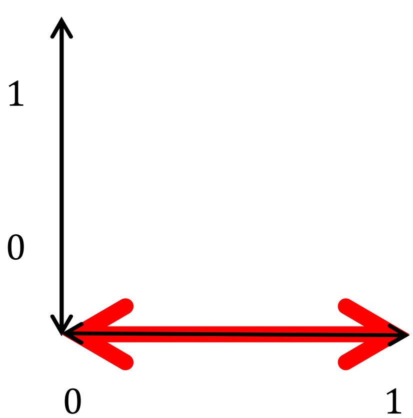
(mit S für System, U für Umgebung und E für Abschluß) in ontischen Kontexten. Nur sind diese im Gegensatz zu semiotischen Kontexten qualitativ und nicht rein quantitativ determiniert. Zur Bestimmung ontischer Kontexte oder "Konnexe" bedienen wir uns der in Toth (2015b-d) definierten ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei Zählweisen, der adjazenten, der subjazenten und der transjazenten.

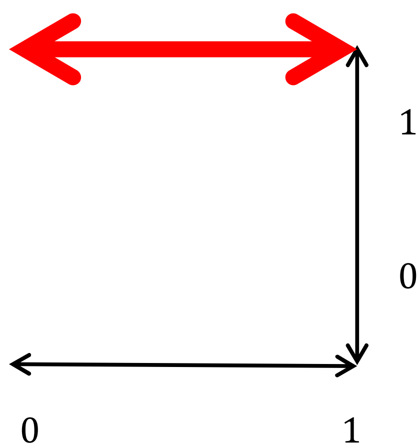
2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zahlenfelder

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_j$	$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_i$
		×		×		×	
$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_j$	$Ø_i$	$Ø_j$	$Ø_i$
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

2.1.2. Zahlenschemata



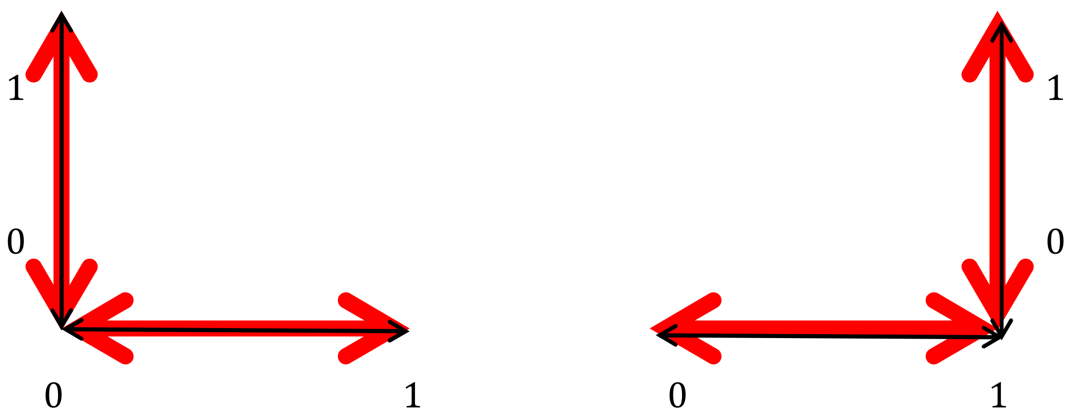


2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zahlenfelder

x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$
y_i	$Ø_j$		$Ø_i$	y_j		$Ø_j$	y_i		y_j	$Ø_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$Ø_j$		$Ø_i$	y_j		$Ø_j$	y_i		y_j	$Ø_i$
x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$

2.2.2. Zahlenschemata

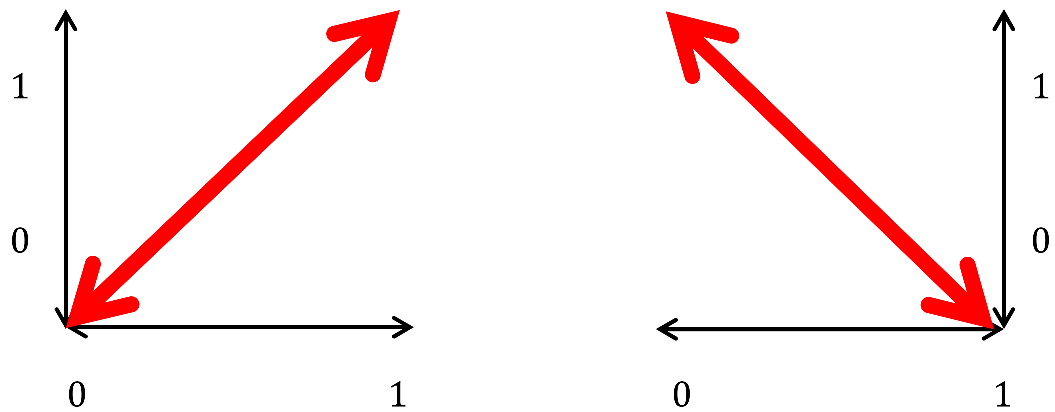


2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Zahlenfelder

x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$
$Ø_i$	y_j		y_i	$Ø_j$		y_j	$Ø_i$		$Ø_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$Ø_i$	y_j		y_i	$Ø_j$		y_j	$Ø_i$		$Ø_j$	y_i
x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$

2.3.2. Zahlenschemata



Wir erhalten damit eine systemtheoretische Algebra der Form

$\underline{S^*} = [[S, U, E], \sigma]$

mit $\sigma \in$ (adj, subj, transj).

4. Während es kein Problem darstellt, raumsemiotische Abbildungen durch Abb = f(S, U) zu definieren, benötigen wir zur "Kompatibilisierung" der beiden Algebren $\underline{O^*}$ und $\underline{S^*}$ einen weiteren Operator, welcher die in der Raumsemiotik nicht vorgesehenen topologischen Abschlüsse bewerkstelligt, d.h. der zu E gehörige Operator ε operiert natürlich über allen drei Teilrelationen von $\underline{O^*}$

$\varepsilon_{(2.1)} := E \rightarrow (2.1)$

$\varepsilon_{(2.2)} := E \rightarrow (2.2)$

$\varepsilon_{(2.3)} := E \rightarrow (2.3)$.

Man beachte, daß $\varepsilon_{(2.3)}$ keine Trivialität darstellt, da es Fälle gibt, in denen $S^* = S$ gdw. $U = \emptyset$ und $E = \emptyset$ gilt.

5. Damit bekommen wir als Definition einer vollständigen ontischen Algebra

$\Omega = (\underline{O^*}, o_i, \sigma_j, \varepsilon_k)$

mit

$i = k \in \{(2.1), (2.2), (2.3)\}$

und

$j \in$ (adj, subj, transj).

Das bedeutet in Sonderheit, daß wir S* allein durch O* und die die drei Operatoren o_i, σ_j und ε_k definieren können.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

21.12.2015